



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

13 februarie 2010

Clasa a VI-a

Barem de evaluare

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Nr. problemei	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	Dacă toate cele trei numere prime ar fi impare, ar rezulta o contradicție (număr par = număr impar). Atunci unul este număr par prim. Rezultă $a=2$.	3p
	Înlocuind în egalitatea din ipoteză, obținem: $\left. \begin{aligned} (2+b+c) \cdot 25 &= 6 \cdot (48-c) \cdot b \\ (5,6) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5/b \Rightarrow b=5 \Rightarrow c=23;$	2p
	Dacă 5 nu divide pe $b \Rightarrow 25 / (48-c) \Rightarrow c=23 \Rightarrow b=5$ (<i>fals</i>). Numerele căutate sunt: 2, 5, 23.	2p
2.	$\frac{2010}{a+3} + \frac{2010}{b+4} + \frac{2010}{c+5} = 2009 \Leftrightarrow \frac{1}{a+3} + \frac{1}{b+4} + \frac{1}{c+5} = \frac{2009}{2010}$	2p
	$\frac{a+2}{a+3} + \frac{1}{a+3} + \frac{b+3}{b+4} + \frac{1}{b+4} + \frac{c+4}{c+5} + \frac{1}{c+5} = 3 \Rightarrow$	3p
	$\Rightarrow \frac{a+2}{a+3} + \frac{b+3}{b+4} + \frac{c+4}{c+5} = 3 - \frac{2009}{2010} = \frac{4021}{2010}$	2p
3.	Numărul 1999 este numărul care are suma cifrelor cea mai mare față de toate numerele de la 1 la 2010. Numerele naturale mai mici decât 1999 se grupează astfel: (1;1998), (2;1997), (3;1996), ..., (999;1000). În fiecare grupă, suma cifrelor este 28. Suma cifrelor celorlalte numere rămase este: 28 pentru numărul 1999, 2 pentru numărul 2000, 3 pentru numărul 2001, ..., 11 pentru numărul 2009, 3 pentru numărul 2010. Așadar, suma cifrelor numărului A este : $999 \cdot 28 + 28 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 3 = 28068$.	3p
	b). Numărul 28068 se divide cu 3 dar nu se divide cu 9, deci, numărul A nu este pătrat perfect.	2p
	c) Oricum s-ar schimba ordinea cifrelor numărului A, suma cifrelor va rămâne aceeași. Rezultă că nu se obține niciun număr pătrat perfect.	2p

4.	<p>Relațiile date în ipoteză se scriu astfel:</p> $m(\sphericalangle XOC) = 30^0 \Leftrightarrow m(\sphericalangle XOB) + m(\sphericalangle BOC) = 30^0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOC) = 30^0 \Leftrightarrow \frac{a}{2} + b = 30^0; \quad (1)$ $m(\sphericalangle YOD) = 40^0 \Leftrightarrow m(\sphericalangle YOC) + m(\sphericalangle COD) = 40^0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle COD) = 40^0 \Leftrightarrow \frac{b}{2} + c = 40^0; \quad (2)$ $m(\sphericalangle XOB) + \frac{1}{2}m(\sphericalangle COZ) = 25^0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m(\sphericalangle AOB) + \frac{1}{4}m(\sphericalangle COD) = 25^0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{a}{2} + \frac{c}{4} = 25^0 \Leftrightarrow \frac{c}{2} + a = 50^0. \quad (3)$	2p
	<p>Adunând membru cu membru relațiile (1), (2) și (3), obținem:</p> $\frac{a}{2} + b + \frac{b}{2} + c + \frac{c}{2} + a = 30^0 + 40^0 + 50^0 \Leftrightarrow$ $\frac{1}{2}(a + b + c) + a + b + c = 120^0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2}(a + b + c) = 120^0 \Leftrightarrow a + b + c = 80^0. \quad (4)$	2p
	<p>Relația (2) se scrie astfel: $\frac{b}{2} + c = 40^0 \Leftrightarrow b + 2c = 80^0$ și cum din relația (4) avem $a + b + c = 80^0$, obținem $2c = a + c$, de unde $c = a$. Înlocuind $c = a$ în relația (3), obținem</p> $\frac{a}{2} + a = 50^0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}a = 50^0 \Leftrightarrow a = \frac{100^0}{3} = 33^020'.$ <p>Rezultă $c = a = 33^020'$. Relația (4) devine $b + 66^040' = 80^0$, de unde $b = 80^0 - 66^040' = 13^020'$. Așadar, $m(\sphericalangle AOB) = a = 33^020'$, $m(\sphericalangle BOC) = b = 13^020'$, $m(\sphericalangle COD) = c = 33^020'$.</p>	3p